

PORAZDELITEV TRDNOSTI KERAMIČNIH MATERIALOV

Milan Ambrožič

Institut "Jožef Stefan", Jamova 39, 1000 Ljubljana

POVZETEK

Meritve nekaterih mehanskih lastnosti keramike dajejo relativno široko porazdelitev vrednosti teh veličin za serijo enakih vzorcev. Zgled je meritev upogibne trdnosti z enoosnim 3- ali 4-točkovnim upogibnim preskusom. Porazdelitev trdnosti se navadno dobro opiše z Weibullovo porazdelitveno funkcijo, in ni rezultat nenatančnosti merjenja, temveč naključne porazdelitve napak v snovi. V prispevku je opisana simulacija Monte Carlo Weibullove porazdelitve.

Strength distribution of ceramic materials

ABSTRACT

Measurements of some mechanical properties of ceramics result in relatively broad distribution for the series of equal samples. An example is the measurement of the bending strength with a 3- or 4-point bending test. The strength distribution can usually be well described by a Weibull distribution function. It is not the consequence of the measurement uncertainty, but results from the random distribution of flaws in the material. The Monte Carlo simulation of the Weibull distribution is presented in this paper.

1 UVOD

Weibullova porazdelitev je znana že od sredine prejšnjega stoletja in je osnovana na principu "najšibkejšega člena", to je, da se material oz. izdelek zlomi, ko popusti njegov najšibkejši del ^(1,2). Weibullova porazdelitvena funkcija, ki v najosnovnejši obliki vsebuje dva prosta parametra, Weibullov modul in karakteristični parameter, je bila nešteto krat eksperimentalno potrjena na različnih področjih, od mikroelektronskih komponent do gradbenih materialov ⁽²⁾. Najuporabnejša je za opis porazdelitve dveh veličin: 1) trajnostnega časa enakih izdelkov iz serijske proizvodnje (časa od izdelave do odpovedi ali okvare izdelka) pri vsaj približno podobnih razmerah delovanja, 2) sile, pri kateri se material/izdelek zlomi (oz. iz sile in geometrije izračunane mehanske napetosti v snovi).

Zaradi velikega pomena statistične zanesljivosti ocenjevanja vedenja materialov/izdelkov na osnovi dane porazdelitvene funkcije, ki jo praviloma izračunamo na osnovi relativno majhnega števila preskusnih vzorcev (vsak pri preskusu polomljeni vzorec pomeni strošek), je bilo narejenih veliko teoretičnih raziskav Weibullove porazdelitve ⁽³⁻⁹⁾. Priljubljena metoda je simulacija Monte Carlo, pri kateri si pomagamo z računalniškim generatorjem naključnih števil med 0 in 1. Vendar pa je bila doslej velika večina tovrstnih raziskav usmerjena k simulaciji same Weibullove porazdelitve, to je k njeni pravilni matematični interpretaciji, ne glede na njeno fizikalno ozadje. Cilj

takšnih raziskav je doseči čim bolj zanesljivo napoved Weibullovih parametrov na osnovi majhnega števila meritev na vzorcih.

Le majhno število raziskav je bilo namenjenih iskanju zveze med porazdelitvijo napak (defektov) v snovi in Weibullovo porazdelitvijo, pa še to za preproste preskusne geometrije (homogeni vzorci, homogena napetost v vzorcu) ⁽⁹⁾.

V tem prispevku je opisana metoda simulacije Monte Carlo porazdelitve robnih razpok v vzorcu in numerične simulacije enoosnega upogibnega preskusa. Na osnovi mnogokratne ponovitve takšne simulacije (vsaka simulacija za en preskusni vzorec) se da napovedati statistično porazdelitev upogibne trdnosti vzorcev pri dani preskusni geometriji. Pri tem lahko odgovorimo na dvome, ali imamo Weibullovo porazdelitev merjene mehanske veličine tudi za kompleksnejše geometrije, na primer pri večplastnih kompozitih.

2 TEORETIČNA OSNOVA ZLOMA KRHKEGA MATERIALA

Resnična trdnost keramike je več velikostnih redov manjša od teoretične trdnosti, izpeljane iz medatomskih sil pri idealnem materialu brez napak. Vzrok za to so različne vrste napak (defektov): (mikro)razpoke, pore, fazne meje itd. Zaradi geometrijskih razlogov je lahko mehanska napetost ob defektu veliko večja kot drugod v snovi, torej večja tudi od nominalne napetosti zaradi zunanjih sil na vzorec. Povečanje napetosti lahko izračunamo z linearno elastično teorijo deformacije za defekte preprostih geometrijskih oblik, npr. ozke razpoke in okrogle pore. Pogoji za katastrofalno širjenje razpoke, ki se je začela ob nekem defektu, lahko izpeljemo z minimizacijo proste energije ali pa neposredno s primerjavo dejanske napetosti ob konici razpoke in kritične napetosti. Obkrat pridemo do neenačbe:

$$K \geq K_C \quad (1)$$

kjer je K faktor intenzitete napetosti ("stress intensity factor" v literaturi, na kratko imenovanega faktor K), K_C pa kritični faktor intenzitete napetosti, ali drugače, *zlomna žilavost*. Zlomna žilavost K_C je inherentna lastnost snovi, povezana z medatomskimi vezmi in jo lahko izrazimo z Youngovim modulom in površinsko energijo pri prelomu. Faktor intenzitete pa je odvisen od napetosti σ (daleč od defekta oz. lokalne napetosti v materialu, če bi bil brez defektov, npr. vsiljene

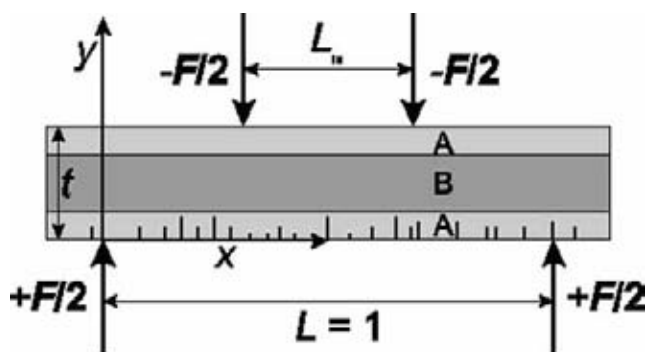
napetosti pri upogibnem preskusu) in dolžine razpoke a , glede na katero ta faktor izračunamo:

$$K = Y\sigma\sqrt{a} \quad (2)$$

kjer je Y brezdimenzijski geometrijski faktor, odvisen od oblike in orientacije defekta (razpoke). Za katastrofalno širjenje razpoke mora biti izpolnjena neenačba (1), kar pomeni, da lahko iz velikosti največjih razpok (defektov) izračunamo, pri kolikšni napetosti se bo material zlomil. Čeprav je v materialu veliko defektov, se bo zlom začel pri enem od največjih. Ker je keramika veliko bolj občutljiva za natezne kot za tlačne napetosti, računamo faktor K le tam, kjer je napetost natezna (pozitivna). Če so v materialu tudi preostale napetosti, npr. termične napetosti zaradi različnih temperaturnih razteznostnih koeficientov komponent v kompozitu, jih moramo prišteti k napetostim zaradi zunanjšega obremenjevanja vzorcev.

Enačba (2) velja, če je napetost v materialu homogena, npr. pri direktnem nateznem preskusu (če izvajamo njeno koncentracijo ob defektih), sicer pa si pomagamo pri računu faktorja K z integralom produkta nehomogene napetosti in posebne utežne funkcije (ki je odvisna od oblike razpoke) po dolžini razpoke. Podrobnosti najdemo npr. v člankih ⁽¹⁰⁻¹²⁾. Pri upogibnem preskusu se mehanska napetost linearno spreminja vzdolž dožine razpoke, ki je pravokotna na spodnjo ploskev.

Shema 4-točkovnega enoosnega upogibnega preskusa je prikazana na sliki 1. Največja natezna napetost, označimo jo s σ_{\max} , se pojavi na spodnji ploskvi vzorca, v območju $L/2 - L_{in}/2 \leq x \leq L/2 + L_{in}/2$, $y = 0$, to je v razmiku notranjih podpor L_{in} . Od tega območja se mehanska napetost linearno spreminja v x - in y -smeri, pri plastnatih kompozitih pa ima na mejah plasti preskoke zaradi različnih Youngovih modulov ⁽¹³⁾. Pri $y = t/2$ (t je debelina vzorca) in $x = 0$ ali $x = L$ (lega zunanjih podpor v razmiku L) je ta napetost enaka nič. Pričakujemo, da se bo zlom začel v območju največje mehanske napetosti σ_{\max} , in to napetost, ko so sile ravno dovolj velike za zlom, imenujemo navadno upogibna trdnost materiala in jo označimo s σ_u . Pojavijo se lahko tudi izjeme: Če je neka izrazito velika napaka (defekt) zunaj območja največje napetosti, npr. desno od tega območja, se zlom lahko začne tam, in to je treba upoštevati pri računu dejanske upogibne trdnosti. Poleg tega je treba pri natančnem računu upoštevati tudi to, da je ob konici razpoke ($y > 0$) mehanska napetost malo manjša kot pri $y = 0$. V osnovnem približku ne upoštevamo robnih nehomogenosti napetosti in je pri navadnih preskusnih geometrijah ta približek upravičen. Napetost je tudi neodvisna od koordinate z (pravokotno na ravnino slike).



Slika 1: Shema 4-točkovnega upogibnega preskusa. Če je $L_{in} = 0$, je to 3-točkovni upogibni preskus. Prikazan je 3-plastni simetrični kompozit z zaporedjem izmenjajočih se plasti A/B/A.

Na sliki 1 so ponazorjene tudi ozke robne razpoke, naključno porazdeljene na spodnji ploskvi (kratke črtice), naključne pa so tudi njihove velikosti. V tem prispevku je opisana njihova simulacija Monte Carlo. Realni vzorci imajo še druge vrste defektov, vendar nam omejitve opisa na robne razpoke daje vse bistvene poteze porazdelitve zlomnih sil/napetosti.

3 WEIBULLOVA PORAZDELITEV

Dvoparametrično Weibullovo porazdelitev lahko ekvivalentno opišemo z eno ali drugo od dveh porazdelitvenih funkcij:

$$f(\sigma_u) = \frac{m}{\sigma_0} \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_0} \right)^{m-1} \exp \left(- \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_0} \right)^m \right) \quad (3a)$$

$$F(\sigma_u) = \int_0^{\sigma_u} f(\sigma) d\sigma = 1 - \exp \left(- \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_0} \right)^m \right) \quad (3b)$$

Spremenljivka $\sigma_u \equiv \sigma_{\max}$ je upogibna trdnost danega merjenca (nominalna največja napetost na spodnji – natezni strani vzorca pri upogibnem preskusu), ki jo lahko izračunamo iz geometrijskih parametrov in zlomne sile. Ta trdnost se razlikuje od vzorca do vzorca, zato govorimo o porazdelitvi upogibne trdnosti. Funkcija f je verjetnostna porazdelitvena funkcija z običajnim pomenom: $f(\sigma_u)d\sigma_u$ je verjetnost, da bo ležala izmerjena upogibna trdnost v majhnem intervalu $(\sigma_u, \sigma_u+d\sigma_u)$. Funkcija F je kumulativna porazdelitvena funkcija, ali drugače, *zlomna verjetnostna funkcija*. Njen pomen je naslednji: $F(\sigma_u)$ pomeni verjetnost, da bo izmerjena upogibna trdnost manjša od vrednosti σ_u . Medtem ko ima funkcija f maksimum, funkcija F monotono narašča od 0 do 1, ko raste njen parameter od 0 do neskončne vrednosti. Seveda, verjetnost, da se bo material prej ali slej zlomil, če napetost poljubno povečujemo, je 1. Weibullova parametra sta Weibullovi modul m in karakteristična trdnost σ_0 . Z njima je mogoče izraču-

nati srednjo vrednost upogibne trdnosti in njeno standardno deviacijo:

$$\langle \sigma_u \rangle = \sigma_u \Gamma(1 + 1/m) \quad (4a)$$

$$SD(\sigma_u) = \sigma_u \sqrt{\Gamma(1 + 2/m) - \Gamma^2(1 + 1/m)} \quad (4b)$$

kjer je Γ gama funkcija. Dobra keramika ima visok Weibullov modul, $m > 10$. Pri tolikšnih moduli je pričakovana vrednost trdnosti $\langle \sigma_u \rangle$ odvisna predvsem od karakteristične trdnosti σ_0 ($\langle \sigma_u \rangle$ je malo manjša kot σ_0) in zelo malo od m , saj je $\Gamma(1+1/m) \approx 1$. Standardna deviacija pa je močno odvisna od obeh parametrov; čim večji je m , tem manjša je $SD(\sigma_u)$. Visok Weibullov modul tako daje keramičnemu izdelku večjo zanesljivost, saj če je porazdelitvena funkcija trdnosti ožja, je s tem tudi veliko manjša verjetnost, da bo izdelek odpovedal pri majhnih obremenitvah. Že za relativno skromne vrednosti Weibullovega modula m je Weibullova porazdelitvena funkcija navidezno takšna kot Gaussova funkcija z enako srednjo vrednostjo in standardno deviacijo. Vendar pa se Weibullova porazdelitev v vsaj dveh stvareh bistveno razlikuje od Gaussove. Prvič, je nesimetrična glede na svojo srednjo vrednost in njeni "repi" (tam, kjer se naključna spremenljivka bistveno razlikuje od svoje srednje vrednosti), čeprav navidez nepomembni, se razlikujejo od Gaussovih "repov". To pomeni, da je verjetnost, da se izdelek zlomi pri relativno majhnih obremenitvah, drugačen pri Weibullovi porazdelitvi kot pri Gaussovi. Drugič, Weibullova porazdelitev vodi do znane kvantitativne ocene za vpliv velikosti vzorca na njegovo srednjo upogibno trdnost, čeprav bi na prvi pogled morala biti od geometrije vzorcev in preskusov odvisna le zlomna sila, ne pa iz nje izračunana trdnost. Velja naslednja enačba za odvisnost karakteristične trdnosti od preskušane volumna vzorca:

$$\frac{\langle \sigma_{01} \rangle}{\langle \sigma_{02} \rangle} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (5)$$

Pri tem sta V_1 in V_2 efektivna obremenitvena volumna dveh serij preskušanih vzorcev iz istega materiala, σ_{01} in σ_{02} pa ustrezna karakteristična parametra Weibullove porazdelitve. Enako razmerje kot za karakteristični trdnosti velja tudi za srednji vrednosti trdnosti obeh serij. To pomeni, na primer, če je Weibullov modul keramičnega materiala 10, prva serija vzorcev pa ima pri 3-točkovnem preskusu dvakrat večji razmik med zunanima podporama (2-krat večji preskusni volumen) kot druga serija, bo povprečna vrednost merjene trdnosti pri prvi seriji manjša kot pri drugi, in sicer za faktor $2^{1/10} = 1,07$, to je razlika 7 %. Iz enačbe (5) je razvidno tudi, da so trdnosti vzorcev pri večjem Weibullovem modulu manj občutljive za razlike v preskusnih geometrijah. Zaradi

vpliva geometrije na izmerjene vrednosti trdnosti keramičnih vzorcev je treba natančno navesti geometrijske podatke pri upogibnem preskusu.

Weibullova statistika teoretično izhaja iz določene porazdelitve velikosti napak v materialu. Če imamo samo en tip napak, npr. robne razpoke, je mogoče pokazati ⁽³⁾, da je v primeru naslednje porazdelitve velikosti a napaka:

$$f(a) = f_0 a^{-q} \quad (6)$$

pri čemer je f verjetnostna porazdelitvena funkcija, f_0 normalizacijski koeficient, q pa značilni eksponent, porazdelitev trdnosti res Weibullova z Weibullovim modulom $m = 2(q - 1)$. Če porazdelitev velikosti napak ne ustreza funkciji (6), je treba za vsak primer posebej preveriti, ali je porazdelitev trdnosti vsaj približno Weibullova ali ne, bodisi z analitičnim verjetnostnim računom ali pa numerično ⁽⁹⁾. Dalje, če imamo več kot en tip napak v materialu, ki vse bistveno vplivajo na njegovo trdnost, potem preprosta 2-parametrična Weibullova porazdelitev (3) ne zadošča in je treba za opis porazdelitve trdnosti vzorcev obravnavati multimodalno Weibulovo porazdelitev.

Iz relativno majhnega števila izmerjenih/simuliranih vrednosti trdnosti se da z uporabo funkcije (3b) in različnih postopkov prirejanja določenih verjetnosti F danim podatkom σ_u oceniti vrednosti Weibullovih parametrov m in σ_0 ⁽²⁾. Zavedati pa se je treba, da je to le ocena in da se lahko predvsem dejanska vrednost modula m precej razlikuje od njegove ocene. Vsekakor velja splošno pravilo statistike: čim večje je število izmerjenih vrednosti naključne spremenljivke, tem zanesljivejša je ocena parametrov porazdelitve. Standardi priporočajo vsaj 30 meritev za zadovoljivo zanesljivost ocene Weibullovih parametrov ⁽¹⁴⁾. Ena od metod ocenjevanja Weibullovih parametrov je linearna regresija (LR) ⁽²⁾.

4 SIMULACIJA MONTE CARLO PORAZDELITVE RAZPOK IN WEIBULLOVE PORAZDELITVE

Z uporabo računalniškega generatorja naključnih števil med 0 in 1 in ustrezno funkcijsko transformacijo lahko generiramo kakršno koli porazdelitveno funkcijo, npr. porazdelitev velikosti razpok (6). Numerični postopek, ki smo ga sestavili za vedenje vzorcev z robnimi razpokami pri upogibnih preskusih, gre takole. Za vsak namišljeni vzorec posebej se pri upogibnih preskusih z generatorjem naključnih števil generira določeno število razpok z naključnimi koordinatami x in velikostmi a (slika 1). Potem se postopoma povečuje sila F pri preskusu in za vsako razpoko posebej preveri, ali ni morda že dosežen pogoj (1) za začetek njenega širjenja. Če se neka

razpoka pri dani sili začne širiti, je treba pogoj njenega širjenja po majhnih prirastkih njene dolžine spremljati do preloma, saj se lahko pri zapletenih geometrijah, npr. pri plastnatih kompozitih, zgodi, da se razpoka razširi samo do določene plasti, potem pa se njeno širjenje ustavi. Ko se pri dani sili vsaj ena od razpok razširi do končnega zloma vzorca, se ugotovi ustrezna mehanska napetost na spodnji strani vzorca in se opredeli kot upogibno trdnost za dani vzorec. Ta postopek je treba ponoviti za celo serijo vzorcev (N vzorcev, npr. $N = 100$), da lahko izračunamo parametre porazdelitve trdnosti, da ugotovimo, ali je porazdelitev sploh Weibullova. To nam pove korelacijski koeficient pri ocenjevalni metodi LR: Če je ta koeficient večji kot 0,9, lahko trdimo, da metoda Monte Carlo metoda dobro simulira Weibullovo porazdelitev. Zaradi statističnih deviacij bomo dobili pri drugi seriji 100 vzorcev nekoliko drugačen rezultat za ocenjene Weibullove parametre kot pri naslednjih serijah. Zato ponovimo mnogokrat simulacijo na različnih serijah (seveda pod enakimi pogoji), N_p -krat. Če vzamemo npr. $N_p = N = 100$, pomeni to meritve na 100 serijah po 100 vzorcev, to je 10 000 simuliranih upogibnih preskusov. Ker je $N_p = 100$, dobimo 100 nekoliko različnih vrednosti Weibullovih parametrov. Smiselno je povprečiti 100 vrednosti za končno oceno parametrov, zanimivo pa je omeniti, da je rezultat bolj pravilen, če povprečimo njihove logaritme. S tem da smo dobili 100 različnih vrednosti parametrov, smo lahko ugotovili tudi zanesljivost njihove končne ocene.

5 REZULTATI

Metodo smo najprej preskusili na homogenem vzorcu iz aluminatne (Al_2O_3) keramike. Iz literature ⁽¹²⁾ smo vzeli podatek za njeno zlomno žilavost $K_C = 3,8 \text{ MPa m}^{1/2}$. Zaradi priročnosti smo razmik med zunanjsima podporama normalizirali na $L = 1$. Porazdelitev upogibnih trdnosti se v vsakem primeru odlično ujema z Weibullovo porazdelitvijo in je močno odvisna od eksponenta q v enačbi (6). Ne le, da parameter m v večini primerov ustreza enačbi $m = 2(q - 1)$, tudi karakteristični parameter σ_0 je močno odvisen od q . 3-točkovni preskus ($L_{in} = 0$) daje enak Weibullov modul, a večje vrednosti karakterističnega parametra kot 4-točkovni, kar je v skladu z vplivom efektivnega volumna vzorca. To je zato, ker je povprečna mehanska napetost pri isti sili F po volumnu vzorca manjša pri 3-točkovnem preskusu. Dvakrat večji preskusni volumen pri sicer enakih pogojih smo simulirali z 2-krat večjim številom simuliranih robnih razpok in ugotovili odlično ujemanje z enačbo (5). Ugotovili smo tudi, da se pri primernem plastnatem kompozitu, kot je A/AZ/.../A, kjer si izmenično

sledijo plasti iz Al_2O_3 (oznaka A) in plasti kompozita $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-ZrO}_2$ (aluminijev in cirkonijev oksid, oznaka AZ), lahko bistveno povečata oba Weibullova parametra. To pomeni večjo efektivno trdnost kompozita v primerjavi s homogenim vzorcem Al_2O_3 . Vzrok za povečanje trdnosti so tlačne preostale termične napetosti v plasteh A ^(13,15).

Čeprav je bil originalno v porazdelitvi velikosti razpok (6) mišljen interval njihovih velikosti od 0 do ∞ , smo vzeli v svojih simulacijah omejitve $a_{min} < a < a_{max}$ in seveda funkcijo (6) ustrezno normalizirali. Za to smo imeli tri razloge: 1) neskončni interval začetnih dolžin razpok fizikalno ni smiseln, 2) zaradi numeričnih razlogov mora biti interval končen, 3) z intervalom (a_{min} , a_{max}) se da lepo prilagoditi karakteristični parameter σ_0 eksperimentalnim vrednostim, ne da bi bistveno spremenili Weibullov modul. Vendar pa lahko prevelika vrednost a_{min} precej spremeni Weibullov modul m glede na njegovo pričakovano vrednost $2(q - 1)$, zato je treba iskati v parametrizaciji kompromise, tudi glede na časovno zahtevnost simulacij. Nekaj rezultatov za Al_2O_3 prikazujeta tabeli 1 in 2. Tabela 2 vsebuje realnejše vrednosti karakterističnega parametra kot tabela 1, vendar pa se pri $q = 3,5$ precej razlikuje od pričakovane vrednosti 5. Med drugim je zanimiva primerjava med 4-točkovnim (4T, razmik med notranjsima podporama je polovica razmika med zunanjsima podporama) in 3-točkovnim (3T) preskusom. Pri še večjem razmiku med notranjsima podporama (ni prikazano v tabelah), npr. $L_{in} = 0,8 L$, se karakteristična trdnost v skladu s pričakovanji še zmanjša.

Tabela 1: Izračunana Weibullova parametra m and σ_0 iz simulacij Monte Carlo za Al_2O_3 pri upogibnih preskusih. Vrednost (m) v oklepaju v prvem stolpcu ustreza enačbi $m = 2(q - 1)$. Drugi parametri simulacije: $a_{min} = 0,5 \mu\text{m}$, $a_{max} = 50 \mu\text{m}$, 5000 razpok, debelina vzorca $100 \mu\text{m}$, $N = N_p = 100$.

$q(m)$	L_{in}/L	$m_{OC} (m_{SP}-m_{ZG})$	$\sigma_{0,OC} (\sigma_{0,SP}-\sigma_{0,ZG})$ /MPa
3,5 (5)	0,5 (4T)	5,07 (4,66–5,51)	583 (571–596)
	0 (3T)	5,13 (4,76–5,53)	744 (728–761)
6 (10)	0,5 (4T)	10,40 (9,44–11,46)	1247 (1234–1261)
	0 (3T)	9,78 (8,54–11,20)	1489 (1470–1508)
11 (20)	0,5 (4T)	19,82 (18,40–21,34)	1839 (1828–1849)
	0 (3T)	20,11 (18,55–21,80)	2064 (2054–2075)

Poleg ocenjenih ("najverjetnejših") vrednosti Weibullovih parametrov, m_{OC} in $\sigma_{0,OC}$, so v tabeli podani tudi njihovi intervali na osnovi zanesljivosti okrog 2/3. Znano je, da je porazdelitev pozitivnih prostih parametrov neke porazdelitve pri njihovem večkratnem ocenjevanju lg-normalna, to je, porazdelitev njihovih naravnih logaritmov je Gaussova. Ravno zaradi tega je treba tudi povprečiti logaritme Weibullovih parametrov, da dobimo najverjetnejše vrednosti njihovih

ocen, m_{OC} in $\sigma_{0,OC}$. Če upoštevamo še standardno deviacijo pri Gaussovi porazdelitvi logaritmov določenega parametra na osnovi N_P -serij, dobimo še njegovo spodnjo in zgornjo oceno m_{SP} in m_{ZG} za Weibullov modul ter $\sigma_{0,SP}$ in $\sigma_{0,ZG}$ za karakteristični parameter. Interval (m_{SP}, m_{ZG}) torej pomeni naslednje: Če vzamemo novo serijo vzorcev in izmerimo/simuliramo njihovo Weibullovo porazdelitev, bo verjetnost, da leži dobljeni Weibullov modul v tem intervalu, okrog 2/3. Iz tabel je razvidno, da je ocena karakterističnega parametra zanesljivejša (ožji interval) kot za Weibullov parameter.

Tabela 2: Enaki parametri kot v tabeli 1, le $a_{min} = 2 \mu m$, $N = N_P = 300$

q (m)	L_{in}/L	m_{OC} ($m_{SP}-m_{ZG}$)	$\sigma_{0,OC}$ ($\sigma_{0,SP}-\sigma_{0,ZG}$) /MPa
3,5 (5)	0,5 (4P)	6,92 (6,68–7,16)	296 (293–299)
	0 (3P)	6,14 (5,92–6,37)	380 (376–384)
6 (10)	0,5 (4P)	9,10 (7,99–10,35)	648 (644–653)
	0 (3P)	9,55 (8,55–10,67)	770 (765–775)
11 (20)	0,5 (4P)	20,92 (19,27–22,71)	939 (936–941)
	0 (3P)	19,81 (17,55–22,35)	1056 (1052–1060)

6 SKLEP

S simulacijo Monte Carlo se da nazorno simulirati porazdelitev napak v materialu in ustrezno porazdelitev trdnosti vzorcev. Ta metoda se da uporabiti v nasprotni smeri in lahko postane praktično zelo

pomembna. Na primer, na realnih vzorcih izmerimo trdnosti in izračunamo parametre Weibullove porazdelitve. Le-te primerjamo s simulacijami Monte Carlo. S primerjavo bi lahko ugotovili, kakšen tip napak prevladuje v materialu, še preden se lotimo drage in zamudne fraktografske analize. Seveda pa je treba preprosti model za robne razpoke razširiti, tako da upoštevamo vse mogoče vrste napak.

7 LITERATURA

- ¹Weibull W., *J. Appl. Mech.* **18**, 293–297 (1951)
- ²ReliaSoft's Weibull ++, Life Data Analysis Reference, ReliaSoft Publishing, 1992
- ³de Jayatilaka A. S., Trustrum K., *J. Mater. Sci.* **12**, 1426–1430 (1977)
- ⁴Orlovskaja N., Peterlik H., Marczevski M., Kromp K., *J. Mater. Sci.* **32**, 1903–1907 (1997)
- ⁵Davies I. J., *J. Mater. Sci.* **39** 1441–1444 (2004)
- ⁶Wu D., Zhou J., Li Y., *J. Eur. Ceram. Soc.* **26**, 1099–1105 (2006)
- ⁷Ambrožič M., Vidovič K., *J. Mater. Sci.* **42**, 9645–9653 (2007)
- ⁸Kittl P., Diaz G., *Res. Mech.* **24**, 99–207 (1988)
- ⁹Danzer R., Lube T., Supancic P., *Z. Metall.* **92**, 773–783 (2001)
- ¹⁰Fett T., Munz D., *J. Am. Ceram. Soc.* **75** (11), 3133–3136 (1992)
- ¹¹Chen C. R., Pascual J., Fischer F. D., Kolednik O., Danzer R., *Acta Mater.* **55** (2), 409–421 (2007)
- ¹²Bermejo R., Pascual J., Lube T., Danzer R., *J. Eur. Ceram. Soc.* **28**, 1575–1583 (2008)
- ¹³Hsueh C.-H., *J. Appl. Phys.* **91** (12), 9652–9656 (2002)
- ¹⁴Norm ENV 835-5, Advanced technical ceramics, monolithic ceramics, mechanical properties at room temperature. Part 5: Statistical analysis, 1996
- ¹⁵Green D. J., Cai P. Z., Messing G. L., *J. Eur. Ceram. Soc.* **19**, 2511–2517 (1999)